نام و نام خانوادگی : پایه : کلاس :

1)مشخص کنید آیا 1021 اول است یا خیر و چرا؟

با توجه به روشی که در کلاس گفتیم، نزدیکترین مربع کامل را به 1021 پیدا می‌کنیم:

$$1024 = 32 \times 32$$

حالا اعداد اول تا 32 را می‌نویسیم.

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31$$

با انجام محاسبه متوجه می‌شویم که هیچکدام شمارنده 1021 نیستند.

پس این عدد اول است.

2)دو مقدار $(10,6)$ و $(70,42)$ را محاسبه کنید. حالا $7(10,6)$ و $(70,42)$ را مقایسه کنید.
همان کار را برای $(19,4)$ و $(57,12)$ انجام دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$10 = 2 \times 5, \quad 6 = 2 \times 3, \quad (10,6) = 2$$

$$70 = 10 \times 7 = 2 \times 5 \times 7, \quad 42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7, \quad (70,42) = 2 \times 7 = 14$$

می‌بینیم که $(70,42) = 7(10,6)$.

$$19 = 19, \quad 4 = 2 \times 2, \quad (19,4) = 1$$

$$57 = 3 \times 19, \quad 12 = 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3, \quad (57,12) = 3$$

در این حالت هم می‌بینیم که $(57,12) = 3(19,4)$.

پس شاید بتوان نتیجه گرفت که: $a(b,c) = (ab,ac)$

3) دو مقدار $[10,6]$ و $[70,42]$ را محاسبه کنید. حالا $7[10,6]$ و $[70,42]$ را مقایسه کنید. همان کار را برای $[19,4]$ و $[57,12]$ انجام دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$10 = 2 \times 5, \quad 6 = 2 \times 3, \quad [10,6] = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$70 = 10 \times 7 = 2 \times 5 \times 7, \quad 42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7, \quad [70,42] = 2 \times 5 \times 3 \times 7 = 210$$

می‌بینیم که $[70,42] = 7[10,6]$.

$$19 = 19, \quad 4 = 2 \times 2, \quad [19,4] = 1$$

$$57 = 3 \times 19, \quad 12 = 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3, \quad [57,12] = 3$$

در این حالت هم می‌بینیم که $[57,12] = 3[19,4]$.

پس شاید بتوان نتیجه گرفت که: $a[b,c] = [ab,ac]$

4)کدامیک ار معادله‌های زیر جواب ندارد؟ چرا؟ معادله‌ای که جواب دارد، جوابش چیست؟

$$[132,x] = 330, \quad 132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11, \quad 330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

می‌دانیم که همیشه $[a,b]$ مضرب هم a و هم b هست. اما در اینجا 330 مضرب 132 نیست. پس جواب ندارد.

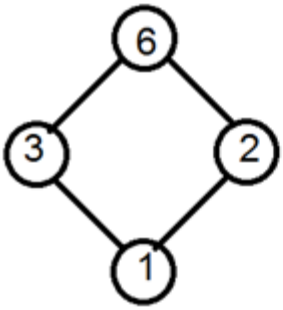
$$(51,x) = 9, \quad 51 = 3 \times 17, \quad 9 = 3 \times 3$$

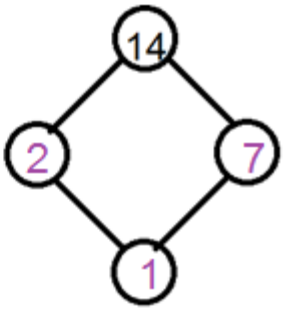
می‌دانیم که همیشه (a,b) شمارنده هم a و هم b هست. اما در اینجا 9 شمارنده 51 نیست. پس جواب ندارد.

$$[60,x] = 360 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5, \quad 360 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

اگر $x = 360$ درست می‌شود پس جواب دارد.

5)به نمودار سمت راست توجه کنید. خود اعداد و رابطه بین اعداد را کشف کرده و نمودار سمت چپ را پر کنید. آیا در نمودار سمت چپ، می‌توانستیم به جای 14، 12 را قرار دهیم و نمودار را تکمیل کنیم؟ چه جور اعدادی را می‌توان به جای 14 قرار داد و نمودار تکمیل شود؟

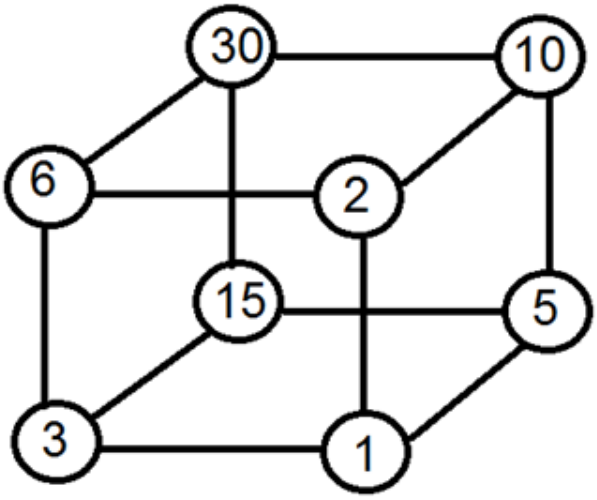


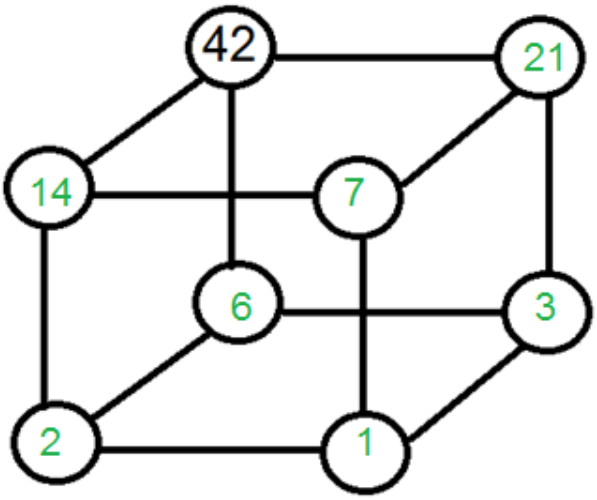


خیر نمی‌توانیم.

اعدادی که حاصلضرب دو عدد اول باشند.

6)به نمودار سمت راست توجه کنید. خود اعداد و رابطه بین اعداد را کشف کرده و نمودار سمت چپ را پر کنید. آیا در نمودار سمت چپ، می‌توانستیم به جای 42، 18 را قرار دهیم و نمودار را تکمیل کنیم؟ چه جور اعدادی را می‌توان به جای 30 قرار داد و نمودار تکمیل شود؟





خیر.

42 و 30 وجه مشترکشان این است که هر دو حاصلضرب سه عدد اول مختلف هستند.

7)معادلات زیر را حل کنید:

{توجه کنید همیشه $(a,b)[a,b]=ab$ }

$(2x,3)[2x,3]+(x,6)[x,6]=36$

$\rightarrow\ 2x\times 3+x\times 6=36\ \rightarrow\ 6x+6x=36\ \rightarrow 12x=36\ \rightarrow\ x=3$

$(x,21)[x,21]-(x,2x)[x,2x]=210-2x.x$

$\rightarrow\ x\times 21-x\times 2x=210-2x.x\ \rightarrow\ 21x-2x.x=210-2x.x\ \rightarrow\ 21x=210\ \rightarrow\ x=10$

8) x و y و z را طوری بیابید که $\frac{31}{30}=\frac{1398}{x}+\frac{12}{y}+\frac{4}{z}$.

اگر دقت کنید متوجه می‌شوید که

$$\frac{31}{30}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$$

خوب حالا می‌توان فرض کرد:

$$\frac{1}{2}=\frac{1398}{x},\quad \frac{1}{3}=\frac{12}{y},\quad \frac{1}{5}=\frac{4}{z}$$

پس $z=4\times 5=20$ $y=12\times 3=36$ $x=1398\times 2=2796$.

نوجه کنید جواب فقط این یکی نیست و با همین روش چند جواب دیگر هم می‌توان بدست آورد.

9)فرض کنید $(a,b)=20$ و $[a,b]=300$ و b از دوبرابر a کمتر است. a و b را بیابید.

$$(a,b)=20=2\times 2\times 5,\qquad [a,b]=300=2\times 2\times 3\times 5\times 5$$

هر دوی a و b در تجزیه به عوامل اول، $2\times 2\times 5$ را دارند. و یک 3 و یک 5 هستند که هر کدام در یکی هست و در دیگری نیست. پس برای a و b چهار حالت زیر را داریم.

$$a=2\times 2\times 5=20\qquad b=2\times 2\times 3\times 5\times 5=300$$

$$a=2\times 2\times 3\times 5=60\qquad b=2\times 2\times 5\times 5=100$$

$$a=2\times 2\times 5\times 5=100\qquad b=2\times 2\times 3\times 5=60$$

$$a=2\times 2\times 3\times 5\times 5=300\qquad b=2\times 2\times 5=20$$

حالا در هر کدام از آنها b را با دوبرابر a مقایسه می‌کنیم.

$2a = 40 \quad b = 300, \qquad 2a = 120 \quad b = 100, \qquad 2a = 200 \quad b = 60, \qquad 2a = 600 \quad b = 20$

تنها حالت اول نمی‌تواند جواب باشد. پس سه جواب داریم.

10) شمارنده‌های 144 که خودشان مضرب 4 باشند، کدامها هستند؟ اگر تجزیه 144 را داشته باشید، چه راهی برای یافتن آن پیشنهاد می‌دهید؟

داریم:

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

می‌دانیم که $2 \times 2 = 4$. پس آن شمارنده‌های 144 را در نظر می‌گیریم که عامل 2×2 را داشته باشند. عوامل دیگر 144، $3 \times 3 \times 2 \times 2$ هستند. شمارنده‌های $3 \times 3 \times 2 \times 2$ را نوشته و یک 2×2 در همه ضرب می‌کنیم.

شمارنده‌های $3 \times 3 \times 2 \times 2$:

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 2 \times 2, \quad 2 \times 3, \quad 3 \times 3, \quad 2 \times 2 \times 3, \quad 2 \times 3 \times 3, \quad 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

به صورت عددی به ترتیب:

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 6, \quad 9, \quad 12, \quad 18, \quad 36$$

شمارنده‌های 144 که مضرب 4 هستند:

$$1 \times 4, \quad 2 \times 4, \quad 3 \times 4, \quad 4 \times 4, \quad 6 \times 4, \quad 9 \times 4, \quad 12 \times 4, \quad 18 \times 4, \quad 36 \times 4$$

به صورت عددی به ترتیب:

$$4, \quad 8, \quad 12, \quad 16, \quad 24, \quad 36, \quad 48, \quad 72, \quad 144$$

11) اعدادی که بین 1000 و 4000 بوده و حتما 2 و 5 و31 هر سه شمارنده اول آنها بوده و هیچ شمارنده اول دیگری نداشته باشند را مشخص کنید.

اگر چنین عددی وجود داشته باشد، چون هر سه عدد 2 و 5 و 31 شمارنده آن هستند،بنابراین $2 \times 5 \times 31 = 310$ یک شمارنده آن است. پس این عدد حتما مضرب 310 است. با تقسیم 4000 و 1000 بر 310 درمیابیم که $4 \times 310 = 1240$ و $12 \times 310 = 3720$ بزرگترین و کوچکترین مضرب 310 بین 1000 و 4000 هستند. پس مضارب 310 بین 1000 و 4000 بصورت زیر هستند:

$4 \times 310,\quad 5 \times 310,\quad 6 \times 310,\quad 7 \times 310,\quad 8 \times 310,\quad 9 \times 310,\quad 10 \times 310,\quad 11 \times 310,\quad 12 \times 310$

تجزیه به عوامل اولشان را می‌نویسیم:

$4 \times 310 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 5 \times 310 = 5 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 6 \times 310 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 31,$

$7 \times 310 = 7 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 8 \times 310 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 9 \times 310 = 3 \times 3 \times 2 \times 5 \times 31,$

$10 \times 310 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 11 \times 310 = 11 \times 2 \times 5 \times 31,\quad 12 \times 310 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 \times 31$

بین این مضارب آنهایی که تنها عوامل اول 2، 5 و 31 را داشته باشند، عبارتند از:

$$4 \times 310 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 31 = 1240$$

$$5 \times 310 = 5 \times 2 \times 5 \times 31 = 1550$$

$$8 \times 310 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 31 = 2480$$

$$10 \times 310 = 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 31 = 3100$$

اصلا قبل از نوشتن تجزیه به عوامل اول، به عددی که در 310 ضرب شده دقت کنید.

این عدد اگر خارج از عوامل 2، 5 و 310 را نداشته باشد، حاصلضربش در 310 یک جواب است.

و دیگر حتی لازم نبود تجزیه به عوامل اول را برای همه بنویسیم.